



複合性 (compositeness)

関原 隆泰 (日本原子力研究開発機構 先端基礎研究センター)

複合性 (compositeness) とは、ある模型でハドロン分子状態候補がどれだけ 2 体ハドロンの成分を持っているかを評価するために、最近議論されている物理量です。ハドロン分子状態とは、ハドロン間の強い相互作用による 2 体ハドロンの束縛状態です¹。一般に、強い相互作用は、ハドロン内部のクォークのフレーバーや配位によって引力にも斥力にもなって、その強さも様々だと考えられています。ということは、数あるハドロンの種類の中から適切に組み合わせれば、2 個のハドロンが大きな引力で引き合い、ハドロン分子状態を形成する、と期待されるのです。

一般に、ハドロン間相互作用はハドロン-ハドロン散乱を行って調べられてきました。その最たる例が、 NN 散乱と核力です。核力の研究では、相互作用を記述する適切な理論的枠組み — 中間子交換模型、カイラル摂動論など — を用意し、 NN 散乱の性質を精度良く記述するようにパラメータを決めます。現在では、 NN 散乱だけでなく、様々なハドロン-ハドロン散乱を実験的に、あるいは数値シミュレーションで行うことが可能となってきました。そこで、核力の研究で培った手法が応用され、様々なハドロン間相互作用の精密化が進められています。

さて、様々なハドロン-ハドロン散乱振幅を記述するなかで、いくつかのハドロン共鳴の極は 2 体ハドロンの自由度だけでダイナミカルに生成されることが明らかになりました。例えば、有名な $\Lambda(1405)$ 共鳴は、カイラル摂動論の相互作用を用いてリップマン-シュウィンガー方程式を解いたいわゆるカイラル動力学で、 $\bar{K}N$ - $\pi\Sigma$ チャンネル結合法で生成されます。また、 $N(1535)$ 共鳴も同じくカイラル動力学で、 πN - ηN - $K\Lambda$ - $K\Sigma$ チャンネル結合法で生成できます。

では、ハドロン-ハドロン散乱振幅に極として出現する、2 体ハドロンの自由度だけでダイナミカルに生成されるハドロン共鳴は、ハドロン分子状態なのでしょうか？ これに答えるのが複合性で、重陽子 (陽子と中性子の分子状態) に関するワインバーグの定式化と議論 [1] を応用して構築されました。以下、チャンネル結合した 2 体ハドロン系の量子力学を使って解説します。

まず、散乱振幅からバックグラウンドの寄与を差し引いて得られるハドロン共鳴の性質は、散乱振幅における複素エネルギー E 平面上の共鳴極の位置 E_{pole} と、極の留数 $\gamma_j\gamma_k$ です: $T_{jk}(E) \approx \gamma_j\gamma_k/(E - E_{\text{pole}})$, ただし j, k は $\bar{K}N$, $\pi\Sigma$ など 2 体状態のチャンネルを表します。定数 γ_j は共鳴状態とチャンネル j の 2 体ハドロンとの結合定数と呼ばれます。複合性の確立以前は、結合定数 γ_j の大小により、ハドロン共鳴の分子構造が極めて定性的に議論されていました。 $N(1535)$ 共鳴は ηN への結合定数が大きく、 ηN 閾値に近いので、 ηN 成分が大きいだろう、などです。

複合性は、この議論に定量性をもたらします。複合性は、ある状態の波動関数 $|\Psi\rangle$ のうちの 2 体状態部分のノルムで定義されます。 $|\Lambda(1405)\rangle$ の $\bar{K}N$ 状態部分のノルム、といった具合です。

ある状態の波動関数 $|\Psi\rangle$ は、全ハミルトニアン \hat{H} の固有状態です: $\hat{H}|\Psi\rangle = (\hat{H}_0 + \hat{V})|\Psi\rangle =$

¹ 「分子」という言葉の観点からは、2 体でも N 体でも、強い相互作用によるハドロン束縛状態はハドロン分子状態です。2 体ハドロン束縛状態は、狭義のハドロン分子状態といえます。

$E_{\text{pole}}|\Psi\rangle$ 、ただし、 \hat{H}_0 は運動項、 \hat{V} は相互作用項、 E_{pole} は固有エネルギーです。運動項は 2 体系の各チャンネル j に対して相対運動量 \mathbf{p} の固有状態 $|\mathbf{p}_j\rangle$ を持ちます。その固有エネルギー (自由 2 体系のエネルギー) を $\mathcal{E}_j(p)$ とします。ブラ $\langle\mathbf{p}_j|$ をケット $|\Psi\rangle$ に作用させると、よく見る運動量表示の 2 体状態波動関数 $\tilde{\psi}_j(\mathbf{p}) \equiv \langle\mathbf{p}_j|\Psi\rangle$ が得られます。

実際の波動関数の計算方法ですが、共鳴極の留数から得られる結合定数 γ_j を使います。散乱振幅を求めるためのリップマン–シュウィンガー方程式において、極を出す因子 $1/(E - \hat{H})$ は極の近傍では $1/(E - \hat{H}) \approx |\Psi\rangle 1/(E - E_{\text{pole}}) \langle\Psi|$ となります。このことから、 $\gamma_j = \langle\mathbf{p}_j|\hat{V}|\Psi\rangle = [E_{\text{pole}} - \mathcal{E}_j(p)]\tilde{\psi}_j(\mathbf{p})$ の関係が得られます。したがって、結合定数 γ_j から、2 体状態波動関数 $\tilde{\psi}_j(\mathbf{p})$ とそのノルムが計算されます (共鳴状態も扱えるように、ガモフベクトルで書きます) :

$$X_j \equiv \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \langle\Psi|\mathbf{p}_j\rangle \langle\mathbf{p}_j|\Psi\rangle = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} [\tilde{\psi}_j(\mathbf{p})]^2 = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[\frac{\gamma_j}{E_{\text{pole}} - \mathcal{E}_j(p)} \right]^2.$$

このノルム X_j を複合性と呼んでいます。後は、ハドロン分子状態候補を記述する精密なハドロン–ハドロン散乱振幅を用意すれば、ハドロン分子状態候補の複合性を調べられます。

散乱振幅の留数 γ_j から波動関数を引き出す最大の利点は、規格化がすでに済んでいることです。リップマン–シュウィンガー方程式は非斉次方程式なので、留数 γ_j に勝手な因子を掛けることができません。いつ規格化したのかというと、 $1/(E - \hat{H}) \approx |\Psi\rangle 1/(E - E_{\text{pole}}) \langle\Psi|$ とした所です。伝搬関数の分子を 1 として場を規格化する、という場の量子論のくりこみに対応する操作をしているのです。したがって、ひとたび相互作用 V と模型空間 (どんなチャンネルを入れるか) が決まれば、散乱振幅だけでなく複合性も一意に決まります。

カイラル動力学で複合性を評価すると、 $\Lambda(1405)$ 共鳴に対する $\bar{K}N$ の複合性は $X_{\bar{K}N} = 1.14 + 0.01i$ 、他のチャンネルはゼロに近い値が得られます [2]。共鳴状態なので複合性は複素数になりますが、 $X_{\bar{K}N}$ の値が 1 にとても近いので、カイラル動力学における $\Lambda(1405)$ 共鳴は $\bar{K}N$ 分子状態が支配的だと結論されます。一方、 $N(1535)$ 共鳴に対する ηN 複合性は $0.04 + 0.37i$ と、ゼロの方に近いです [2]。実は、 $N(1535)$ 共鳴に対しては、複合性の和 $\sum_j X_j$ もゼロの方に近く、1 からのずれは $Z \equiv 1 - \sum_j X_j = 0.84 - 0.38i$ となります。ゼロでない Z は、相互作用 V のエネルギー依存性に起因することが分かっており、模型空間に入っていないミッシングチャンネルからの寄与と解釈できます (1 粒子状態でも多粒子状態でも、特定のチャンネルを積分して相互作用 V に押し込めると、 V はエネルギー依存性を持つことを思い起こして下さい)。 $N(1535)$ 共鳴の場合、 V のエネルギー依存性は πN 散乱振幅を再現するようにパラメータを決めたカイラル摂動論の高次項から来ています。そして、パラメータフィッティングの結果 2 体系に起源を持たない「裸の $N(1535)$ 状態」が V のなかにエンコードされている、と解釈できます。カイラル動力学における $N(1535)$ 共鳴は、ハドロン分子状態ではないのです。

このように、複合性はある模型でハドロン–ハドロン散乱振幅にハドロン共鳴極が出現した時、そのハドロン共鳴が 2 体ハドロンの分子状態かどうか、ハドロン共鳴を 2 体ハドロンの模型空間だけで記述できているかどうか、を判断する指標となります。また、複合性の模型依存性に関する議論も進められています。特に、重陽子など、極が興味ある 2 粒子系の閾値に近い場合は、相互作用の詳細が重要でなくなり、模型非依存な結論が得られることが分かっています [1,3]。

[1] S. Weinberg: Phys. Rev. 137 (1965) B672.

[2] T. Sekihara *et al.*: PoS INPC 2016 (2017) 289.

[3] Y. Kamiya and T. Hyodo: Phys. Rev. C 93 (2016) 035203.