



ツイスト 3 (Twist-3)

小池 裕司 (新潟大学理学部)

ここでは、高エネルギー QCD の分野によく現れる「ツイスト (twist)」, 特に「ツイスト 3」について詳しく解説します。まず、汎用的に用いられている「ツイスト」の定義から述べます。レプトン核子深非弾性散乱 (DIS, $ep \rightarrow eX$, X は終状態で観測しないハドロン群), 半包含深非弾性散乱 (SIDIS, $ep \rightarrow ehX$, $h = \pi, K, D$ 等), 核子核子衝突における粒子の包含生成過程 ($pp \rightarrow \{h, \gamma, \ell^+ \ell^-\} X$) などの反応断面積 (あるいは構造関数など) は、過程に現れる運動量移行が全てハードスケール Q ($Q \gg \Lambda_{\text{QCD}}$) と同じオーダーのとき、コリニアア因子化の枠組みで、

$$\sigma(Q) \sim \sigma_0(\ln Q) + \frac{\Lambda_{\text{QCD}}}{Q} \sigma_1(\ln Q) + \frac{\Lambda_{\text{QCD}}^2}{Q^2} \sigma_2(\ln Q) + \dots \quad (1)$$

のように展開されます¹。ここで、 Q 以外の運動学変数への依存性は省略しています。この展開 (1) で、 $(\Lambda_{\text{QCD}}/Q)^{\tau-2}$ のオーダーで寄与する項を「ツイスト τ 」の寄与と呼びます。つまり、ツイストが大きくなるほど高エネルギーで抑制されることとなります。「高次ツイスト」(ツイストが 3 以上の項) は、一般にツイスト 2 の陰に隠れ測定が困難ですが、過程によっては、ツイスト 2 の寄与がゼロとなり、ツイスト 3 が主要項となります (後述)。各ツイストの断面積は、例えば SIDIS では、摂動 QCD で計算できる単距離部分 (パートン間ハード断面積²) と非摂動的な核子中のパートン分布関数ならびに散乱パートンの終状態ハドロンへの“破碎”を記述する破碎関数の“積” (畳み込み積分) に“因子化”されます。どのようなパートン分布・破碎関数が、 σ_t ($t = 0, 1, 2, \dots$) に寄与するかには一定の規則性があり、高々、 $(\Lambda_{\text{QCD}}/Q)^{\tau-2}$ の項にしか寄与しないとき、その関数は、「ツイスト τ の分布・破碎関数」と呼ばれます。

ツイスト 2 の分布・破碎関数は、パートンの運ぶ“親ハドロン”の運動量と平行な成分の割合に関する確率分布を表します。特に、 σ_0 における対数的な Q -依存性を無視したものは、所謂、パートン模型に対応します。つまり、ツイスト 2 の寄与はパートン模型による計算に QCD の輻射補正を取り込んだものを表しています。他方、高次ツイスト分布・破碎関数は、単純な確率解釈を許容せず、核子中や破碎過程におけるパートン間多体相関の効果を表しています。

パートン分布・破碎関数は、運動量割合 (と繰り込みスケール) の関数ですが、それについて適当なモーメントを取ることで一連の局所演算子の行列要素が射影されます。それら局所演算子は、その質量次元 d とスピン j で特徴づけられ、量子数 $\tau' = d - j$ はその局所演算子のツイストと呼ばれます [1]³。先に述べた $\tau = 2$ のパートン分布・破碎関数は、無数の $\tau' = 2$ の演算子の行列要素と等価なものとなります。展開 (1) との関係で述べた $\tau = 3$ の分布・破碎関数については、

¹ Q は高運動量移行を象徴的に表すもので、 Q^2 としては、DIS の仮想光子の (4 元運動量)², 核子核子衝突での Mandelstam 変数や生成粒子の高横運動量 P_T^2 などがあります。 $\sigma_{0,1,2}$ はそれらの無次元比あるいは対数の関数です。

² 高エネルギー過程では、クォークやグルーオンはパートンと総称されます。

³ 「ツイスト」は、元々この τ' の意味で定義されましたが、 d の増加が j の増加が打ち消して τ' を一定にしている様子を“ねじれ=Twist”と呼んだのでしよう。

$\tau = 2$ の関数で書ける部分 (Wandzura-Wilczek 部分 [2]) と $\tau' = 3$ に対応する関数の和として書けます。後者の $\tau' = 3$ の部分こそが、純粋にパートン間多体相関を表す部分であり、「純粋なツイスト 3 部分」などと呼ばれます。

パートンの分布・破砕関数のスケール依存性は摂動 QCD で計算できますが、運動量割合への依存性は非摂動的で格子 QCD による計算が発展途上にあります。ツイスト 2 分布関数である無偏極パートン分布や縦偏極核子中でのパートンのヘリシティ分布は、様々な過程のグローバル解析により、 $x < 0.05$ でのグルーオンのヘリシティ分布など一部を除き、かなりの精度で知られています。ツイスト 3 分布・破砕関数については、まだデータが少なくあまり知られていません。

展開 (1) で σ_0 がゼロとなりツイスト 3 が主要項となる過程は、高次ツイスト効果を露わにする過程として興味深いものです。DIS における横偏極核子の g_2 -構造関数や、 $ep \rightarrow ehX$ や $pp \rightarrow hX$ における高 P_T 領域 ($P_T \gg \Lambda_{\text{QCD}}$) のシングル横スピン非対称 (SSA=single spin asymmetry)⁴ などが代表例です。大きな SSA が観測されている例としては、横偏極核子を用いた衝突におけるパイオン生成 ($p^\uparrow p \rightarrow \pi X$, p^\uparrow は横偏極陽子) の左右非対称 A_N^π や核子衝突で生成されるハイペロンの横偏極現象 ($pp \rightarrow \Lambda^\uparrow X$), SIDIS での同様な現象等があります。ツイスト 3 関数の 1 例として、パイオン生成の非対称 A_N^π に寄与する横偏極核子中の純粋なツイスト 3 分布関数 [4]

$$G_F(x_1, x_2) = \frac{1}{M_N} \int \frac{d\xi^- d\eta^-}{4\pi^2} e^{ix_1 P^+ \xi^-} e^{i(x_2 - x_1) P^+ \eta^-} \langle \bar{\psi}(0) \gamma^+ g F^{+y}(\eta^-) \psi(\xi^-) \rangle \quad (2)$$

を取ってみます (ψ はクォーク場, F^{+y} はグルーオン場の強度テンソル, $\langle \dots \rangle$ は z 方向に運動し x 方向に横偏極した核子による行列要素, M_N は核子の質量, P は核子の運動量, γ^+ はガンマ行列の “+” 成分など)。ツイスト 2 のクォーク分布関数 $f_q(x) \sim \int d\xi^- e^{ixP^+ \xi^-} \langle \bar{\psi}(0) \gamma^+ \psi(\xi^-) \rangle_0$ ($\langle \dots \rangle_0$ は無偏極核子での期待値) はクォークの運ぶ運動量割合 1 つの関数で “密度” を表しますが, $G_F(x_1, x_2)$ は運動量割合 2 つを含むクォーク・グルーオン相関関数で、横偏極核子中のクォークが散乱する振幅とクォーク・グルーオン対が散乱する振幅の “干渉項” の “強度分布” を表します。対角要素 $G_F(x, x)$ は、運動量割合 x を持つ無偏極クォークの固有横運動量 k_y^2 の平均値を表すことや、 $\langle \bar{\psi}(0) \gamma^+ g F^{+y}(0) \psi(0) \rangle$ が核子中のクォークに働く “ y 方向の平均の力” を表すこと [5] も知られています。また、各ツイスト 3 関数ごとに異なる多体相関を表します。 G_F の他、純粋にグルーオンのツイスト 3 分布関数、クォーク・グルーオン相関やグルーオンの相関を表すツイスト 3 破砕関数などもあります [6]。計画中の EIC 実験は、ツイスト 3 観測量についてもより詳細なデータを提供し、核子構造や破砕過程の新側面を切り開いてくれると期待しています。

参考文献

- [1] D. J. Gross and S. B. Treiman, Phys. Rev. D **4** (1971) 1059.
- [2] S. Wandzura and F. Wilczek, Phys. Lett. **72B** (1977) 195.
- [3] X. Ji, J. W. Qiu, W. Vogelsang and F. Yuan, Phys. Rev. Lett. **97** (2006) 082002; Y. Koike, W. Vogelsang and F. Yuan, Phys. Lett. B **659** (2008) 878.
- [4] J. w. Qiu and G. F. Sterman, Nucl. Phys. B **378** (1992) 52.
- [5] M. Burkardt, Phys. Rev. D **88** (2013) 114502.
- [6] H. Beppu, Y. Koike, K. Tanaka and S. Yoshida, Phys. Rev. D **82** (2010) 054005; K. Kanazawa and Y. Koike, Phys. Rev. D **88** (2013) 074022; Y. Koike, K. Yabe and S. Yoshida, Phys. Rev. D **104** (2021) 054023.

⁴SIDIS 等の低 P_T ($\sim \Lambda_{\text{QCD}}$) 領域では、パートンの固有横運動量を起源とした SSA が $1/Q$ で抑制されずに現れ “TMD 因子化” の枠組みで記述されますが、その SSA も高 P_T 領域ではツイスト 3 の SSA に移行します [3]。