原子核物理用語・キーワード解説

## 重いクォークの対称性 (Heavy Quark Symmetry)

安井 繁宏 (高エネルギー加速器研究機構素粒子原子核研究所理論センター)

量子色力学（Quantum chromodynamics; QCD）の非摂動的ダイナミクスの典型的なエネルギースケール $\Lambda_{\mathrm{QCD}} \simeq 200$ MeV に比べて重い質量の世界にはチャーム（カレント質量 1.2 GeV）、ボトム（4.2 GeV）、トップ（173 GeV）クォークが存在します。重いクォークのダイナミクスについて、非常に重いクォーク質量を考えることによって QCD に直接基づいた有効理論を用いて理解することができます [1]。質量 $m_{\mathrm{Q}}$ をもつ重いクォーク場 $Q$ に関して、もとの QCD ラグランジアンは $\mathcal{L}_{\mathrm{QCD}} = \bar{Q}(i\not{D} - m_{\mathrm{Q}})Q$ です。$D_\mu = \partial_\mu + igA_\mu^a T^a$ であり $(\mu = 0, \cdots, 3)$、$A_\mu^a$ $(a = 1, \cdots, 8)$ はグルーオン場、$T^a$ はカラー SU(3) 対称性の生成子、$g$ はクォークとグルーオンの結合定数です。重いクォークに直接結合しない項は省略しました。ここで、重いクォークの運動量 $p$ をオンシェル成分 $m_{\mathrm{Q}}v^\mu$（$v^2 = v_\mu v^\mu = 1$, $v^0 > 0$）とオフシェル成分 $k^\mu$ に分離して $p^\mu = m_{\mathrm{Q}}v^\mu + k^\mu$ とします。ただし、オフシェル成分はオンシェル成分に比べて非常に小さい量であるとします（$k^\mu/m_{\mathrm{Q}} \ll 1$）。このような分離を用いると、重いクォーク場の自由なプロパゲーターは、重い質量の極限（$m_{\mathrm{Q}} \to \infty$）では

$$i\frac{\not{p} + m_{\mathrm{Q}}}{p^2 - m_{\mathrm{Q}}^2 + i\varepsilon} = i\frac{m_{\mathrm{Q}}\not{v} + m_{\mathrm{Q}} + \not{k}}{2m_{\mathrm{Q}}v\cdot k + k^2 + i\varepsilon} \to i\frac{1+\not{v}}{2}\frac{1}{v\cdot k + i\varepsilon} \tag{1}$$

のように与えられます。オンシェルの運動量が $m_{\mathrm{Q}}v^\mu$ なので、最後の $(1+\not{v})/2$ は 4 成分 Dirac スピノルのうち正エネルギーの状態に射影する演算子であることが分かります。したがって、質量の大きい極限では正エネルギー成分だけが残ります。上の場合は自由な場のときの議論ですが、一般的にグルーオン場が存在するときに相互作用も含めて系統的に考えるためには、もとの重いクォーク場 $Q$ について正エネルギー成分 $Q_v$ と負エネルギー成分 $\mathcal{Q}_v$ を考えて $Q = e^{-im_{\mathrm{Q}}v\cdot x}(Q_v + \mathcal{Q}_v)$ のように分離します。$Q_v = e^{im_{\mathrm{Q}}v\cdot x}\frac{1+\not{v}}{2}Q$ および $\mathcal{Q}_v = e^{im_{\mathrm{Q}}v\cdot x}\frac{1-\not{v}}{2}Q$ と定義します。これを QCD ラグランジアン $\mathcal{L}_{\mathrm{QCD}}$ に代入して $1/m_{\mathrm{Q}}$ について展開して（あるいは $\mathcal{Q}_v$ を消去して）正エネルギー成分 $Q_v$ だけを残すと、重い質量の極限（$m_{\mathrm{Q}} \to \infty$）で、重いクォーク場 $Q$ についての有効理論（Heavy Quark Effective Theory）のラグランジアン

$$\mathcal{L}_{\mathrm{HQET}}^{\mathrm{Q}} = \bar{Q}_v iv\cdot DQ_v \tag{2}$$

が得られます。（ここでは leading order のみ。）グルーオン場のない自由な場のとき、$iv\cdot D$ は式 (1) において射影演算子を除いたものに対応していることに注意しましょう。重いフレーバーがいくつかある場合にはそれらについて和をとって、ラグランジアンは

$$\mathcal{L}_{\mathrm{HQET}} = \sum_{\mathrm{Q}} \bar{Q}_v iv\cdot DQ_v \tag{3}$$

のように与えられます。$iv\cdot D$ は Dirac 行列を含まないので、$Q_v$ のスピン変換に対してラグランジアンは不変であることが確かめられます。また、重いクォークの質量 $m_{\mathrm{Q}}$ を含まないので、異なる重

いフレーバーの変換に対しても不変であることが分かります。したがって、質量が無限大の極限において、QCD はスピン対称性とフレーバー対称性の両方を含むことになります。これが “重いクォークの対称性（Heavy Quark Symmetry）”です。この対称性は非摂動的な効果を受けてもなおハドロン質量スペクトロスコピーなどに残っています。軽いクォークのカイラル対称性は真空で破れてしまいハドロン質量の大きな変化を引き起こすこととは対照的です。

重いクォークのスピン対称性がハドロン質量スペクトロスコピーにどのように現れるのかを見てみましょう。$\bar{B}$ メソンのように「一つの重いクォーク＋軽いクォーク・グルーオン」で構成されているハドロンを考えます。このとき「軽いクォーク・グルーオン」は無限個の粒子を含んでいます。クォークモデルでは $\bar{B}$ メソンは $b$ クォークと $\bar{q} = \bar{u}, \bar{d}$ クォークで構成されていると考えられるかもしれません。しかし、一般的には $\bar{q}$ クォークのみならずさらに無数の $q\bar{q}$ やグルーオンなども存在しており、これらを非摂動的に含んだ状態が元の $\bar{q}$ と同じ量子数を担うことになります。ハドロンの全角運動量を $\mathbf{J}$、重いクォークのスピンを $\mathbf{S}_{\mathrm{Q}}$、軽い自由度（軽いクォークおよびグルーオン）のスピンと軌道角運動量の和を $\mathbf{S}_\ell$ とします。$\mathbf{J} = \mathbf{S}_{\mathrm{Q}} + \mathbf{S}_\ell$ が成り立ちます。当然ながら $\mathbf{J}$ は保存量です。大きな質量の極限ではスピン対称性より $\mathbf{S}_{\mathrm{Q}}$ も保存量です。軌道角運動量は含みません。したがって、ダイナミクスの詳細に依存せずに $\mathbf{S}_\ell(= \mathbf{J} - \mathbf{S}_{\mathrm{Q}})$ も保存量であることが分かります。これは一見奇妙なことのように思われるかもしれません。というのは、軽いクォークとグルーオンは非摂動的な世界であり、何か保存量があるようには見えないからです。しかし、重いクォークのスピン自由度が分離するので、この複雑な世界は $\mathbf{S}_\ell$ という量で特徴づけられることになるのです。$\mathbf{S}_\ell$ の大きさを $s_\ell$ として、$\mathbf{S}_{\mathrm{Q}}$ の大きさが $1/2$ であることに注意すると、スピンの合成より $\mathbf{J}$ の大きさは $j_\pm = s_\ell \pm 1/2$ で与えられることが分かります。重い質量の極限において、重いクォークの相互作用はスピンに依存しないので、$j_-$ と $j_+$ の全角運動量をもつ状態は縮退していることが導かれます。（ただし、$s_\ell = 0$ のときは $j = 1/2$ だけなので縮退はありません。）これは、重いクォーク質量の極限において、QCD の非摂動的効果も含めて成り立つ一般的な結論です。

例えば、ボトムを含む $\bar{B}, \bar{B}^*$ メソンを考えます。$s_\ell = 1/2$ を含む重いメソンの全角運動量は $j_- = 0$ および $j_+ = 1$ となります。これに対応する $\bar{B}(0^-)$ メソン, $\bar{B}^*(1^-)$ メソンの質量はそれぞれ 5279 MeV, 5325 MeV です。両者の質量差 46 MeV はもとの質量に比べて十分小さく近似的に無視することができるので、$\bar{B}, \bar{B}^*$ メソンは縮退した状態であると見なすことができます。

現実には重いクォークの質量は無限大ではないので $1/(m_{\mathrm{Q}})^n$ ごと（$n \geq 1$）の補正が必要です。$1/m_{\mathrm{Q}}$ のオーダーではフレーバー対称性は破れることに注意しましょう。チャームクォークの質量 $m_{\mathrm{c}}$ とボトムクォークの質量 $m_{\mathrm{b}}$ は異なるので、$1/m_{\mathrm{c}}$ あるいは $1/m_{\mathrm{b}}$ に比例する項は b と c の入れ換えに対して不変ではないからです。さらに、$1/m_{\mathrm{Q}}$ のオーダーでは重いクォークのスピンとカラー磁場が結合した項が存在してスピン対称性も破られています。類似的には、QED における磁気モーメントが $e/2m$ で与えられることに対応しています。（$e$, $m$ はフェルミオンの電荷および質量。）実際に $\bar{B}, \bar{B}^*$ メソンの小さな質量差はこの効果によって与えられます。

この解説では重いクォーク対称性のうちフレーバー対称性の詳細については言及しませんでしたが、弱い相互作用の理解において非常に重要な役割を果たしています [1]。

[1] A. V. Manohar and M. B. Wise, “Heavy Quark Physics”, Cambridge University Press (2000).