原子核物理用語・キーワード解説

レッジェ理論とレッジェ極 (Regge theory and Regge poles)

板倉 数記 (高エネルギー加速器研究機構 理論センター)

ハドロン・ハドロン散乱において、全散乱エネルギーが大きく、それに比べて運動量移行が小さい場合の散乱振幅の振る舞いは「レッジェ理論 (Regge theory)」によって良く記述されます [1]。レッジェ理論とは、相互作用の詳細を指定することなく、散乱振幅の満たすべき幾つかの一般的な性質を課すことで、その高エネルギーでの振る舞いを決めていくものです。特に、角運動量などの、反応を特徴づける運動学的変数を複素数に拡張し、その複素平面上で振幅が「レッジェ極 (Regge poles)」と呼ばれる極を持つと仮定すると、それが高エネルギーでの振る舞いを支配することになります。

この事を図 1 の A+B $\to$ C+D という散乱過程で見ましょう。レッジェ理論では、散乱する粒子間に働く微視的相互作用の如何に関わらず、初期状態 $|a\rangle$ と終状態 $|b\rangle$ のみから作られる S 行列 $S_{ba} = \langle b|a\rangle$ に対して次の 3 条件を課すことで、高エネルギーでの可能な振る舞いを規定していきます。3 条件とは、(I) Lorentz 不変性、(II) ユニタリー性、(III) 運動学的変数を複素化した際の解析性、です。(I) からは S 行列、または $S_{ba} = \delta_{ba} + i(2\pi)^4\delta(\sum_b p_b - \sum_a p_a)A_{ba}$ で定義される散乱振幅 A が、独立な 2 つの Lorentz 不変量「Mandelstam 変数」 $s = (p_A + p_B)^2$ (重心系での全エネルギーの 2 乗), $t = (p_A - p_C)^2$ (運動量移行の 2 乗) の関数であることを意味します。これらの変数を用いると、いま考えている高エネルギー極限は $s/|t| \to \infty$ に相当します。次に (II) からは、前方方向 ($t = 0$) の散乱振幅と全断面積との関係を与える「光学定理」$\sigma_{\rm tot} = (2|p_A|\sqrt{s})^{-1}\Im{\rm m}\, A(s, t = 0)$ が導かれます（$|p_A|$ は重心系での運動量の大きさ)。最後に (III) からは以下の様に S 行列の持つ特異点構造が決まります。

散乱振幅 $A(s, t)$ の高エネルギー ($s/|t| \to \infty$) での振る舞いは、量子力学の散乱問題と同様な部分波展開を用いて議論されます。t-channel に粒子が交換される (図 1 で「エ」の形になるダイアグラム) ことを想定して、散乱振幅に対する t-channel の物理的領域 ($t > 4m^2, s < 0$, m は粒子の質量) での表現を部分波展開します。$A(s(z_t), t) = \sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell + 1)a_\ell(t)P_\ell(z_t)$. ここで $a_\ell(t)$ は部分波振幅、$P_\ell(z_t)$ はルジャンドル関数、その引数 $z_t = \cos\theta_t \sim 1 + 2s/t$ に現れる θ_t は t-channel の物理領域では散乱角に相当します ($|z_t| \le 1$)。今興味があるのは高エネルギー極限ですので、この表式を s-channel の物理的領域 ($s > 4m^2$, $t < 0$) で扱います（この場合、z_t は $|z_t| \le 1$ を満たさないことに注意)。次に、角運動量 ℓ を複素数に拡張し、和を再現するように複素積分の形に書き換えます (Sommerfeld-Watson 変換)

$$A(s, t) = -\frac{1}{2i}\oint_C d\ell\,(2\ell + 1)\,a(\ell, t)\,\frac{(-1)^\ell}{\sin\pi\ell}\,P_\ell(z_t).$$

積分路 C として図 2 の破線の様に取れば、$1/\sin\pi\ell$ が持つ $\ell = n$ での 1 位の極を拾うことで元の式を再現します（一意性を保証するためにはシグネチャーと呼ばれる量を導入する必要がありますが、簡単のため割愛しています)。ここで、部分波振幅 $a(\ell, t)$ が $\Re{\rm e}\,\ell > 0$ に 1 位の極 $a(\ell, t) \sim \beta(t)/(\ell - \alpha(t))$ を持つとすると、その極を避けるように積分路を変形すれば、「極の寄与」と「虚軸に平行な積分」の和になります (図 2 の実線 C')。高エネルギーでは後者の線積分は重要ではないことがわかるので、部分波振幅に存在を仮定した極 (これが「レッジェ極」です) が高エネルギーでの散乱振幅の振る舞いを決定します。$A(s, t) \sim [\beta(t)/\sin\pi\alpha(t)]P_{\ell=\alpha(t)}(z_t)$. 散乱エネルギー ($s$) 依存性は $z_t \sim 1 + 2s/t$ を通じて入ることと、$P_\ell(z)$ の $z \to \infty$ での漸近形 $P_\ell(z) \sim z^\ell$ を用いれば、**「高エネルギー極限で散乱振幅は**

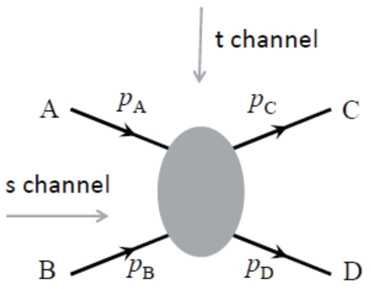

図 1: 2 体散乱

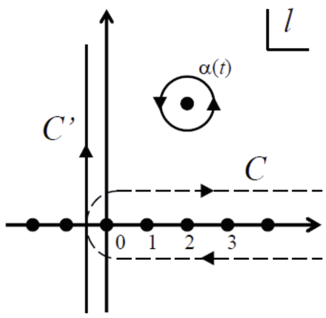

図 2: 複素角運動量平面での積分路

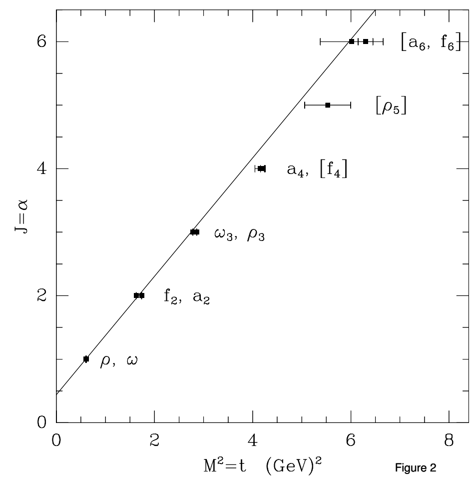

図 3: メソンのレッジェ軌跡

$A(s,t) \sim s^{\alpha(t)}$ と振る舞い、レッジェ極がそれを支配する」ことが分ります。この寄与は、t-channel にスピン α の粒子が交換されるように見做せるので、これを「レッジェ粒子 (Reggeon)」と呼びます。

レッジェ粒子が実際に物理的な粒子であれば、角運動量空間での極 $1/(\ell - \alpha(t))$ と、運動量空間での極 $1/(t - M^2)$ が対応するので、交換される粒子のスピンを J として $t = M^2$ で $\alpha(t = M^2) = J$ が成り立つはずです。実際にメソンの質量の 2 乗とスピンとをプロットすると、図 3 のようにほぼ直線に乗ることから、$\alpha(t)$ の t 依存性は $\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha' t$ だと分ります。この直線上に乗った粒子群を「レッジェ軌跡 (Regge trajectory)」と呼び、それらは切片 $\alpha(0)$ と傾き α' で特徴づけられます。図の「ρ 軌跡」では $\alpha(0) = 0.55$, $\alpha' = 0.86\ \mathrm{GeV}^{-2}$ です。例えば、$p + \pi^- \to n + \pi^0$ という反応の高エネルギーでの散乱振幅はこの ρ 軌跡によって記述されます。

レッジェ軌跡は、ハドロンに対する弦模型を示唆します。例えばメソンに対して、ゼロ質量のクォークと反クォークの間に長さ $2R$、張力 σ の弦が張られており、それが光速で回転して全系で角運動量 $J = 2pR$ (p はクォークの運動量) を持った状態と考えます。すると、遠心力 $pv/R = Jv/(2R^2)$ と弦による引力 σ が等しいことから ($v = c$ として)、$R = \sqrt{Jc/(2\sigma)}$ となり、メソンの質量は、クォークの運動エネルギーと弦のエネルギーの和として $Mc^2 = 2E + 2\sigma R = 2\sqrt{2\sigma Jc}$ と粗く評価されます。J について解くと、$J = (c^3/8\sigma)M^2$ となり、スピン J と 2 乗質量 M^2 の線形関係が得られます。こうしてレッジェ軌跡の存在からハドロンの弦模型が示唆され、現在の素粒子の弦理論に至る流れが生まれました。勿論、今ではこのような弦の描像は閉じ込めに伴うクォーク・反クォーク間の線形ポテンシャルとして理解されているもので、格子 QCD 計算で確認されています。このことから分かるように、レッジェ軌跡は QCD の強結合性に起因するものであり、ハドロン散乱の高エネルギー極限を QCD から理解することは容易ではありません。特に、運動量移行 t が QCD の非摂動スケール Λ_{QCD}^2 より小さい場合は「ソフト」な散乱と言われ、非摂動的な取り扱いが必要です。従って最近では、強結合に起因する非摂動効果を取り扱うことのできる格子計算や AdS/CFT 等を用いて研究されています。

なお、ハドロン散乱の全断面積は、光学定理から $\sigma_{\mathrm{tot}} \sim s^{\alpha(0)-1}$ で与えられますが、実験結果では散乱エネルギーの増加と共に全断面積が増大していくことが分っています。このような振る舞いは $\alpha(0) < 1$ のレッジェ粒子では説明できず、特別に $\alpha(0) > 1$ をもつ「ポメロン (Pomeron)」と呼ばれる仮想的粒子を導入します。これについては別項を参照してください。

[1] P.D.B. Collins, "An introduction to Regge theory and high energy physics" (1977, Cambridge)