スキルミオン (Skyrmion)

原田 正康 (名古屋大学大学院理学研究科)

スキルミオンは、 T. H. R. Skyrme が 1962 年の論文 [1] で提唱した、メソンの理論に存在するソリトン解として記述された核子です [2]。1962 年はゲルマンによるクォーク模型の提案より前ですので、クォーク・グルーオンを用いたハドロンの基礎理論 QCD はありませんでした。しかし、その後の発展によって、バリオンをソリトンとする Skyrme のアイデアは、QCD における large N_c 極限で正当化されました。ここではまず、't Hooft, Witten 等 [3] によって発展された large N_c QCD という考え方を簡単に紹介します。large N_c では、QCD ゲージ対称性をあらわす SU(3) 群を SU(N_c) 群とし、その N_c が大きい極限を考えます。ただしここで、 't Hooft coupling と呼ばれる $N_c g^2$ (g は QCD の結合定数) を一定に保って極限をとることにします。この極限で摂動的にファイマンダイアグラムを書いた場合、無限個ながらある特定のルールを満たすサブセットのみが含まれます。そして、メソン質量は large N_c 極限で N_c によらない定数、メソン間の相互作用は $1/N_c$ に比例して小さくなることが示されます。弱く結合する場の理論には、通常存在する粒子以外に、その質量が結合の逆数に比例して弱結合極限で発散する状態が存在する場合があります。大統一理論に存在するソリトン解であるトフーフト・ポリヤコフ・モノポールはまさにその例になっていて、結合定数を α とするとその質量は $1/\alpha$ となっています。SU(N_c)QCD ではカラー一重項のバリオンは N_c 個のクォークからなるため、large N_c 極限ではバリオンの質量が N_c に比例して大きくなることが示されます。メソン間の結合定数は $1/N_c$ に比例して小さくなるので、バリオンの質量を結合定数の逆数と見なすことができます。これらの結果から、large N_c 極限における QCD はメソンが弱く結合する理論になり、そして、バリオンはその理論に存在するソリトンとして記述されるという描像が提案されました。

ソリトンを生成するメソン理論の構成に関しては、カイラル対称性が重要な役割を果たします。アップ・ダウンクォークのみを含む 2 フレーバー QCD では、カレントクォーク質量が小さく、QCD ラグランジアンには近似的に $\mathrm{SU}(2)_\mathrm{R} \times \mathrm{SU}(2)_\mathrm{L}$ 対称性が存在し、それが自発的に SU(2) アイソスピン対称性に破れます。この際、3 個の南部-ゴールドストーン粒子が現れ、π 中間子に対応します。低エネルギー物理では、この π 中間子のみを物理的自由度として扱うことが有用です。例えば、3 個の π 中間子をあらわす場を $\pi^a(x)$ $(a = 1, 2, 3)$、SU(2) 群の生成子を T_a として $U(x) = \exp\left[2\pi^a(x)T_a\right]$ とする SU(2) 行列 U を使う非線形表現がよく用いられます。いわゆるスキルム模型では、この場 $U(x)$ を用い、微分を 2 個含む項と 4 個含む項のみからラグランジアンが構成されます。

このラグランジアンで、時刻を固定した場合のソリトン解を考えます。無限遠点 ($|\vec{x}| \to \infty$) で $U(\vec{x}) \to 1$ となる自然な境界条件をとる場合、空間 3 次元の無限遠点が同一視できます。その結果、上記の π 中間子場 $U(x)$ は、空間をあらわす多様体 S^3 から SU(2) 行列への写像になっています。SU(2) 行列をあらわす多様体も S^3 であり、S^3 から S^3 への写像の分類は、位相幾何の用語を用いると $\pi_3(S^3) = Z$(整数) となり、巻き付き数 (winding number) によってなされます。さて、ラグランジアンから得られる運動方程式を解く際によく用いられるのが、hedgehog ansatz と呼ばれる解の形を仮定することです。hedgehog ansatz は、空間の各点における π 中間子のアイソスピンの方向が、原点からその点に向かう位置ベクトルと同じ向きとする解の形です。距離が一定の位置でのアイソスピンの方向を図示すると、その形がハリネズミに似ていることから hedgehog と呼ばれています。

位相不変量である winding number Z をバリオン数とみなし、バリオン数が 1 になるように、hedgehog 解の境界条件が設定されます。この hedgehog 解は、空間回転とアイソスピン回転を同時に行う変換に対しては不変に保たれます。どちらか一方、例えばアイソスピン変換を行うことによって、hedgehog 解のまわりの微小揺らぎのモードが励起されます。この集団励起モードを量子化すると、そのモードのスピンとアイソスピンは、hedgehog 解の不変性から等しくなります。また、SU(2) 対称性の性質からそれらの値は半奇数か整数となります。2 フレーバー QCD の枠組みでは励起モードのスピンが半奇数となることを示すことはできませんが、3 フレーバーへ拡張することによって半奇数となる事が示され、ソリトン解がフェルミオンを記述していることがわかります。

以下では、数多くあるスキルミオンの応用から、高密度核物質への応用例を紹介することにします。スキルミオンは、核子を有限の大きさを持つハドロンとして記述するので、得られる結果を核子を点粒子として扱う模型と比較することにより、核子の大きさを持つことによる効果がどの程度効くかを見ることができます。高密度核物質を考える場合、核子の大きさの効果を取り入れることも有用になります。筆者が最近興味を持っているスキルミオンの応用例に、スキルミオンを結晶格子上に配置したスキルムクリスタル模型によって、核物質の定性的な性質を論じようとする研究があります。現実世界の原子核は液体状になっていますが、large N_c 極限では、核子が非常に重いため結晶格子状に配置されることにより安定になるとする考えに基づいています。スキルムクリスタル模型を用いた高密度領域の解析では、カイラル凝縮が局所的には存在しているにもかかわらず空間平均をとるとゼロになる「ハーフスキルミオン相」の存在が指摘されています。最近の研究 [4] では、低密度の通常相では密度の増加に伴って核子質量が減少しますが、ハーフスキルミオン相では密度が増加しても核子質量が変化しない事が示されました。これは、陽子・中性子の質量の全てがカイラル対称性の自発的破れにより生成されるのではなく、カイラル不変な質量が存在するとする「パリティ2 重項模型」[5] の考え方がよいことを示唆しています。また、論文 [6] では、ハーフスキルミオン相では非一様なカイラル凝縮が存在しますが、そのパターンがカイラル密度波等と関連する可能性が指摘されました。

[1] T. H. R. Skyrme, Nucl. Phys. **31**, 556 (1962).

[2] レビュー論文としては、例えば、G. Holzwarth and B. Schwesinger, Rep. Prog. Phys. 49, 825 (1986); I. Zahed and G.E. Brown, Physics Reports 142, 1 (1996) 等があります。また、現在レクチャーノートを執筆中で、近々には Web に掲載予定です。Y.L. Ma and M. Harada, lecture note, in preparation.

[3] G. 't Hooft, Nucl. Phys. B **72**, 461 (1974); E. Witten, Nucl. Phys. B **160**, 57 (1979).

[4] Y.-L. Ma, M. Harada, H.K. Lee, Y. Oh, B.-Y. Park and M. Rho, Phys. Rev. D **90**, 034015 (2014).

[5] C. E. Detar and T. Kunihiro, Phys. Rev. D **39**, 2805 (1989).

[6] M. Harada, H. K. Lee, Y. L. Ma and M. Rho, Phys. Rev. D **91**, 096011 (2015).